

IVAN PREBIL
ROBERT KUNC

OPISNA GEOMETRIJA

Potrebna znanja za pravilno risanje – osnove tehničnega risanja

Četrta izdaja

Ljubljana, 2011

Avtor: prof. dr. Ivan Prebil
doc. dr. Robert Kunc

Recenzija: prof. dr. Gordana Marunić
prof. dr. Božidar Križan

Lektura: Slobodanka Ivanjić Kostrešević

Tehnična izvedba: asist. dr. Andrej Žerovnik
doc. dr. Samo Zupan

Pomoč pri risanju slik: asist. dr. Andrej Žerovnik
asist. dr. Miha Ambrož
asist. dr. Gašper Šušteršič
mag. Boštjan Lukančič
Aleksander Novak
Primož Škerl

© Ivan Prebil, Robert Kunc in STRI SVETOVANJE, 2011

Brez soglasja založnika in avtorjev je prepovedano vsakršno razmnoževanje ali prepis v katerikoli obliki.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

514.18(075.8)

PREBIL, Ivan

Opisna geometrija : potrebna znanja za pravilno risanje - osnove
tehničnega risanja / Ivan Prebil, Robert Kunc ; [pomoč pri risanju
risb Andrej Žerovnik ... et al.]. - 4. izd. - Piran : STRI
svetovanje, 2011

ISBN 978-961-93169-0-0

1. Kunc, Robert
258074368

PREDGOVOR

Tematika v predloženi knjigi je namenjena študentom tehniških fakultet, visokih strokovnih šol, dijakom tehniških srednjih šol in inženirjem, ki so zaposleni v industriji. Služi naj kot priročnik pri delu v predavalnicah, slušateljem pa naj pomaga razvijati sposobnost prostorske predstavitve, potrebne pri snovanju in konstruiranju. Glede na to je "Opisna geometrija" pedagoški pripomoček in ne zbirka primerov.

Pri tehnični dokumentaciji, ki je po vsem svetu govorica inženirjev konstrukterjev in tehnikov, veljajo osnove opisne geometrije za nekakšen abecednik. Brez poznavanja opisne geometrije razumevanje govornice, to je risanja, ni mogoče. S pomočjo opisne geometrije lahko obstoječo ali namišljeno tvorbo narišemo tako, da jo iz načrta oblike in mer tudi prepoznamo.

Vsebine posameznih tem v knjigi so pripravljene tako, da jih uporabnik lahko v kar največji meri izkoristi tudi pri samostojnem študiju. Poleg osnov o točkah, premicah, daljicah ter ravninah in zakrivljenih ploskvah so obravnavani še preseki in prebodi teles. Ne vedno enostavna tematika je predstavljena z besedilom in jasno prikazanimi slikami v povezavi s prostorsko izvedbo v dimetrični vzporedni projekciji. Na pomembnejša poglavja se navezujejo naloge, zbrane na koncu knjige. Te so namenjene bralcu, ki želi z reševanjem preveriti uspešnost svojega študija.

prof. dr. Ivan Prebil
doc. dr. Robert Kunc

VSEBINA

1	UVOD	9
2	PROJICIRANJE IN NAČINI PROJICIRANJA	10
2.1	CENTRALNA PROJEKCIJA	11
2.2	VZPOREDNA PROJEKCIJA	11
2.2.1	<i>Vzporedna poševna projekcija</i>	12
2.2.2	<i>Vzporedna pravokotna projekcija</i>	12
2.2.3	<i>Kotirana vzporedna projekcija – navpična enoravninska projekcija</i>	13
3	PRAVOKOTNO PROJICIRANJE NA PROJEKCIJSKE RAVNINE	14
3.1	AKSONOMETRIČNO PROJICIRANJE	14
3.2	VEČPOGLEDNO ALI MONGEOVO PROJICIRANJE	14
3.3	PRAVOKOTNA PROJEKCIJA TOČKE	15
3.4	PRAVOKOTNA PROJEKCIJA PREMICE	19
3.5	PREDSTAVITEV DVEH PREMICE	22
3.5.1	<i>Sečnici</i>	22
3.5.2	<i>Vzporednici</i>	23
3.5.3	<i>Mimobežnici</i>	23
3.6	DOLOČANJE PRAVE DOLŽINE DALJICE IN VELIKOSTI KOTA NAGIBA	23
3.6.1	<i>Določanje prave dolžine daljice z vrtenjem v lego, vzporedno s π_1</i>	24
3.6.2	<i>Določanje prave dolžine daljice z vrtenjem v lego, vzporedno s π_2</i>	24
3.6.3	<i>Določanje prave dolžine daljice z vrtenjem v lego, vzporedno s π_3</i>	25
3.6.4	<i>Zvrat projicirnega trapeza</i>	26
4	PROJEKCIJA RAVNINE	28
4.1	RAVNINE V POSEBNIH LEGAH – PROJICIRNE RAVNINE	29
4.1.1	<i>Prva projicirna ravnina</i>	30
4.1.2	<i>Druga projicirna ravnina</i>	31
4.1.3	<i>Dvojna projicirna ravnina</i>	31
4.1.4	<i>Ravnine, vzporedne s sečnico x_{12}</i>	32
4.1.5	<i>Ravnina skozi sečnico x_{12}</i>	32
4.2	PREMICA NA RAVNINI	33
4.3	SOSLEDNICE	34
4.4	PADNICA IN NAKLONSKI KOT RAVNINE	35
4.5	TOČKA NA RAVNINI	36
4.6	PRESEK DVEH RAVNIN	37
4.7	DOLOČANJE NAKLONKEGA KOTA A MED DVEMA SPLOŠNIMA RAVNINAMA E IN F	41
4.8	PREBOD RAVNINE S PREMICO	43
4.9	NORMALA RAVNINE	44
4.10	PREBOD RAVNINSKEGA LIKA S PREMICO	44
5	KOLINEACIJA IN AFINITETA	46
5.1	UPORABA KOLINEACIJE IN AFINITETE	47

5.1.1	<i>Primer uporabe afinitete</i>	48
6	PRESEKI IN PLAŠČI TELES	50
6.1	PRESEK IN RAZVOJ PLAŠČA PRIZME IN PIRAMIDE	50
6.1.1	<i>Presek pokončne prizme, presečna ravnina je pravokotna na π_2</i>	51
6.1.2	<i>Presek pokončne prizme s splošno ravnino</i>	51
6.1.3	<i>Presek piramide s splošno ravnino</i>	53
6.1.3.1	Presek piramide z drugo projicirno ravnino	54
6.1.3.2	Presek piramide s splošno ravnino	56
6.1.4	<i>Razvoj plašča prizme in piramide</i>	58
6.1.4.1	Plašč prizme	58
6.1.4.2	Plašč piramide	59
6.2	PRESEK IN RAZVOJ PLAŠČA VALJA	60
6.2.1	<i>Poševni presek valja</i>	60
6.2.2	<i>Določanje pravih oblik in velikosti presečnih likov</i>	62
6.2.2.1	Določanje prave velikosti lika s pomočjo afinitete	62
6.2.2.2	Določanje prave oblike in velikosti preseka s pomočjo zvrata	63
6.2.2.3	Presek pokončnega valja s splošno ravnino E	64
6.2.3	<i>Konstrukcija preseka pokončnih valjev</i>	65
6.2.3.1	Pomožni presek je vzporeden z rotacijsko osjo valja	65
6.2.3.2	Pomožni presek je vzporeden z osnovnim krogom valja	66
6.2.4	<i>Plašč valjastih teles</i>	67
6.2.4.1	Pokončni valj stoji na tlorisni ravnini	67
6.2.4.2	Krožni valj s poševno lego rotacijske osi	68
6.3	PRESEK IN RAZVOJ PLAŠČA STOŽČA Z ROTACIJSKO OSJO, PRAVOKOTNO NA OSNOVNI KROG	70
6.3.1	<i>Ravnine preseka</i>	70
6.3.1.1	Presek stožca z drugo projicirno ravnino – eliptični presek	71
6.3.1.2	Hiperboličen presek stožca	73
6.3.1.3	Paraboličen presek stožca	74
6.3.1.4	Presek stožca s splošno ravnino	75
6.3.2	<i>Plašč stožčastih teles</i>	76
6.3.2.1	Stožec z rotacijsko osjo, pravokotno na osnovni krog	76
6.3.2.2	Plašč stožca s poševno rotacijsko osjo	78
7	PREBODI IN PREDORI TELES	79
7.1	PREBODI TELES S PREMICO	79
7.1.1	<i>Prebod prizme s premico</i>	79
7.1.2	<i>Prebod piramide s premico</i>	81
7.1.2.1	Pomožna ravnina je prva projicirna ravnina	81
7.1.2.2	Pomožna ravnina je druga projicirna ravnina	82
7.2	PREDORI	83
7.2.1	<i>Predor dveh prizem</i>	83
7.2.2	<i>Predor piramide s prizmo</i>	89
7.2.3	<i>Predor dveh piramid</i>	93
7.2.4	<i>Presek dveh valjastih teles, katerih rotacijski osi sta medseboj pravokotni</i>	94
7.2.4.1	Pomožni presek, vzporeden s tlorisno ravnino	94

7.2.4.2	Pomožni presek, vzporeden z narisno ravnino _____	95
7.2.4.3	Določanje krivulje predora rotacijskih valjev, pri katerih sta rotacijski osi mimobežni pod pravim kotom, s pomočjo odsekov na plašču _____	96
7.2.5	<i>Predor dveh rotacijskih valjev, pri katerih sta rotacijski osi mimobežni pod poševnim kotom _____</i>	97
7.2.6	<i>Predor rotacijskega valja z navpično rotacijsko osjo in tristrane prizme, ki ima stranice vzporedne s π_1 _____</i>	98
7.2.7	<i>Predor štiristrane piramide, katere osnovnica je vzporedna s π_1, z rotacijskim valjem, katerega os je vzporedna s π_1 in π_3 _____</i>	99
7.3	PREDOR STOŽČASTIH TELES _____	99
7.3.1	<i>Predor rotacijskega valja in rotacijskega stožca, katerih osi se sekata pod pravim kotom _____</i>	99
7.3.2	<i>Predor dveh stožcev, katerih osi sta pravokotni in ležita na isti ravnini _____</i>	101
7.3.3	<i>Pravokotni predor stožca s šeststrano prizmo, ki imata soosni osi _____</i>	104
7.3.4	<i>Pravokotni predor ležeče tristrane prizme s pokončnim stožcem _____</i>	105
7.4	PREDOR ROTACIJSKIH TELES, KATERIH ROTACIJSKE OSI SE SEKAJO POD POLJUBNIMI KOTI _____	106
7.4.1	<i>Postopek s pomožno kroglo, ki ima središče na rotacijski osi telesa _____</i>	106
7.4.1.1	<i>Predor valja z vodoravno in poševno rotacijsko osjo na isti ravnini _____</i>	107
7.4.1.2	<i>Predor stožca s stožcem _____</i>	108
7.4.1.3	<i>Predor cevi s stožcem _____</i>	108
7.4.1.4	<i>Predor cevi z valjem _____</i>	109
8	RISANJE GEOMETRIJSKIH KRIVULJ IN LIKOV _____	110
8.1	DALJICE _____	110
8.2	KOTI _____	113
8.3	KROŽNICE _____	114
8.4	PRAVILNI MNOGOKOTNIKI _____	116
8.5	NEPRAVILNE OKROGLINE _____	120
8.6	KRIVULJE PREREZOV _____	122
8.6.1	<i>Elipse _____</i>	122
8.6.2	<i>Parabola _____</i>	124
8.6.3	<i>Hiperbola _____</i>	128
8.7	SPIRALE _____	129
8.8	ODVALNE KRIVULJE _____	130
8.8.1	<i>Evolventa _____</i>	130
8.8.2	<i>Cikloida _____</i>	131
8.9	SINUSOIDA _____	135
8.10	CILINDRIČNA NAVOJNICA _____	135
9	VAJE _____	137
LITERATURA	_____	151

POJASNILA OZNAČB

Velike latinske črke	= točke (A, B, C ...) in ravnine (E, F, H ...)
Male latinske črke	= premice (g, l, s ...)
Male grške črke	= koti (α , β , δ ...)
P'	= projekcija točke P v tlorisni ravnini π_1
P''	= projekcija točke P v narisni ravnini π_2
P'''	= projekcija točke P v ravnini stranskega risa π_3
S	= sled premice
g'	= projekcija premice g v tlorisni ravnini π_1
g''	= projekcija premice g v narisni ravnini π_2
g'''	= projekcija premice g v ravnini stranskega risa π_3
e ₁	= slednica ravnine E v tlorisni ravnini π_1
e ₂	= slednica ravnine E v narisni ravnini π_2
e ₃	= slednica ravnine E v ravnini stranskega risa π_3
α'	= projekcija kota α v tlorisni ravnini π_1
α''	= projekcija kota α v narisni ravnini π_2
α'''	= projekcija kota α v ravnini stranskega risa π_3
g ₀ , l ₀ , s ₀	= prava dolžina razdalje g, l, s
α_0 , β_0 , δ_0	= prava velikost kota α , β , δ
π_1	= tlorisna projekcijska ravnina
π_2	= narisna projekcijska ravnina
π_3	= projekcijska ravnina stranskega risa
π_4	= splošna pomožna projekcijska ravnina
	= vzporednici
⊥	= pravokotni kot
∠	= kot
⊥	= pravokotnost
Δ	= trikotnik
x ₁₂	= sečnica med ravninama π_1 in π_2
x ₂₃	= sečnica med ravninama π_2 in π_3
x ₁₃	= sečnica med ravninama π_1 in π_3
h	= oddaljenost od ravnine π_1
f	= oddaljenost od ravnine π_2
H	= vodoravna sled točke
V	= navpična sled točke
\overline{AB}	= daljica AB

1 UVOD

Opisna geometrija je veda, ki se ukvarja z upodabljanjem objektov in njihovih medsebojnih odnosov. Obravnava metode, s katerimi te elemente prikažemo v ravnini tako, da iz same risbe lahko določimo dejansko obliko, velikost in lego objekta v prostoru.

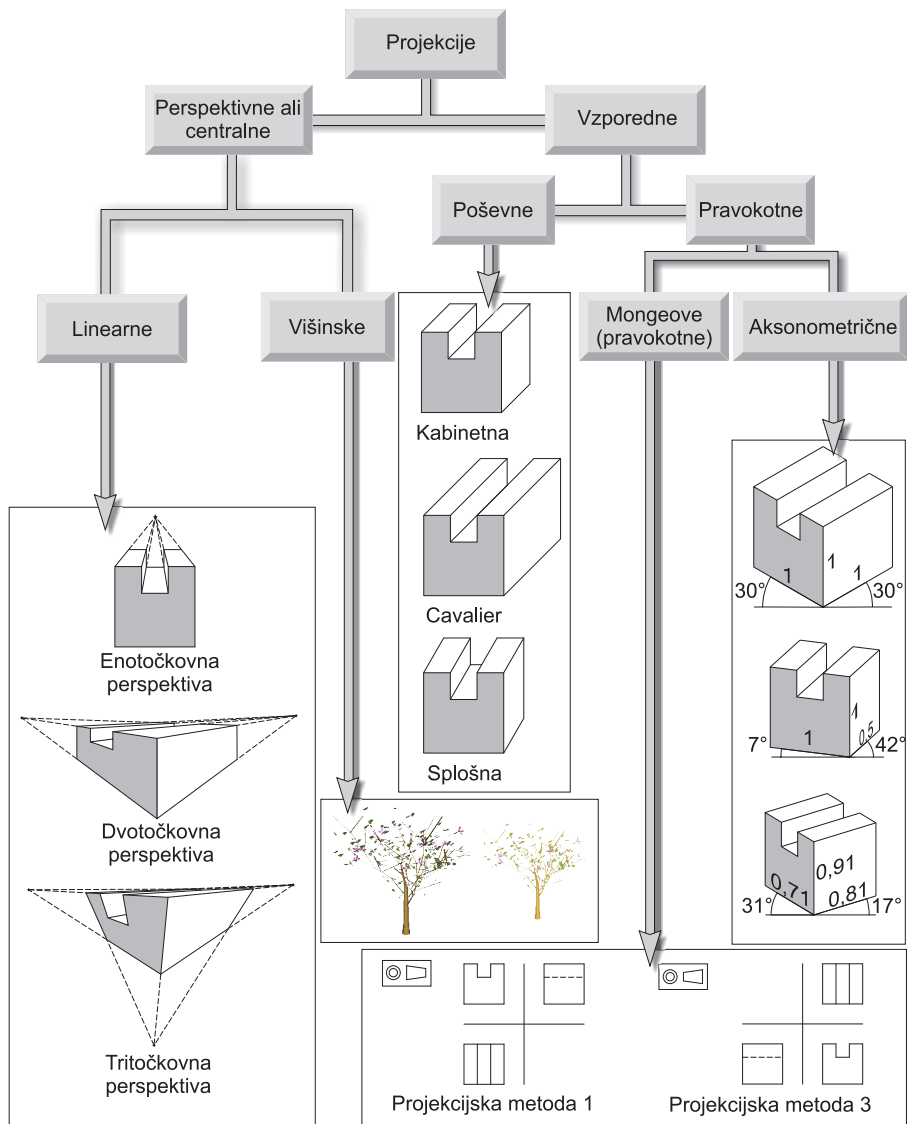
Poznamo ravninsko geometrijo ali planimetrijo, kjer prikažemo parvo obliko objekta v eni sami ravnini, in prostorninsko geometrijo ali stereometrijo, kjer poleg prave oblike objekta prikažemo tudi njegovo lego v prostoru.

Objektov v prostoru ne moremo poljubno narisati, zato je treba najti način, da tudi prostorski objekt ali lik v prostoru prikažemo z risanjem v ravnini. Metoda, s katero to dosežemo, je projiciranje likov v prostoru na dve ali več ravnin. Opisno geometrijo lahko zato upravičeno imenujemo tudi veda o projiciranju.

Objekte v prostoru lahko v splošnem projiciramo tudi z ukrivljenimi projekcijskimi oziroma projicirnimi žarki na ukrivljene ali ploske površine. V tehnični praksi je daleč najpomembnejše in najbolj pogosto uporabljeno projiciranje s premimi žarki na ploske površine (ravnine). Ob tem so v večini primerov projicirni žarki med seboj vzporedni in padejo na projekcijske ravnine pravokotno. Ta način projiciranja zato imenujemo vzporedno pravokotno projiciranje in le tovrstno projiciranje je v podrobnosti obravnavano v pričujočem delu.

2 PROJICIRANJE IN NAČINI PROJICIRANJA

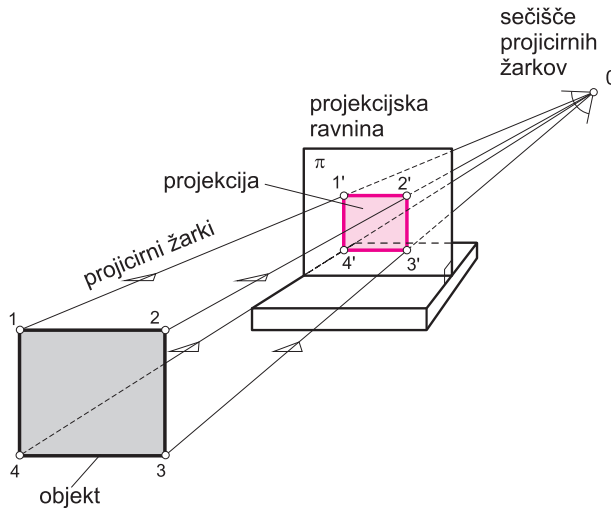
Za projiciranje objektov potrebujemo projicirne žarke in projekcijsko ravnino, na katero projiciramo. Projicirni žarki izhajajo iz neke stalne točke, označene z **0**. Imenujemo jo **žarišče** ali **sečišče** žarkov. Ploskev, na katero projiciramo, je vedno ravna in jo imenujemo **projekcijska ravnina**. Označena je z grško črko π . Pregled metod projiciranja s premimi žarki na ploske površine (ravnine) prikazuje slika 1.



Slika 1: Metode projiciranja

2.1 Centralna projekcija

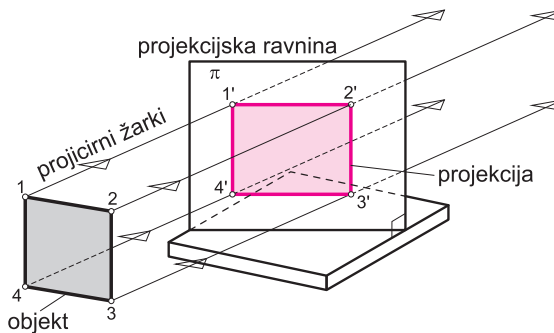
Najboljšo predstavo o objektih in njihovi legi v prostoru daje centralna projekcija ali **perspektiva** (slika 2), kjer leži sečišče žarkov v **končni oddaljenosti od objekta**, ki ga projiciramo. Projicirni žarki, ki prihajajo iz sečišča 0 do posameznih točk objekta 1, 2, 3, 4, prebadajo projekcijsko ravnino v perspektivni obliki. Projekcijska ravnina je prebodena v projicirnih točkah 1', 2', 3', 4' in je običajno postavljena navpično med objekt in projekcijsko sečišče. Lega projekcijskega sečišča pa nikakor ne sme sovpadati s projekcijsko ravnino.



Slika 2: Projekcija objekta s centralnimi oz. perspektivnimi projicirnimi žarki

2.2 Vzporedna projekcija

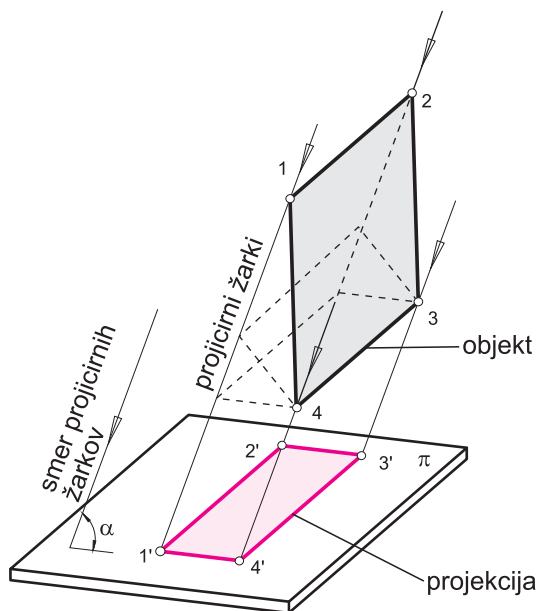
Iz slike 3 je razvidno, da leži projekcijsko sečišče pri vzporedni projekciji v **neskončnosti**, posamezni projicirni žarki pa so med seboj **vzporedni**. Projekcijska ravnina je postavljena tako, da glede na objekt leži pod zaželenim kotom, ki je pri prebodu projekcijske ravnine za vse projicirne žarke enak.



Slika 3: Projekcija objekta z vzporednimi projicirnimi žarki

2.2.1 Vzporedna poševna projekcija

V primeru, ko padajo projekcni žarki na projekcijsko ravnino pod kotom α , ki ni enak 90° (slika 4), dobimo **vzporedno poševno** projekcijo, ki je lahko za različne oblike objektov enaka.

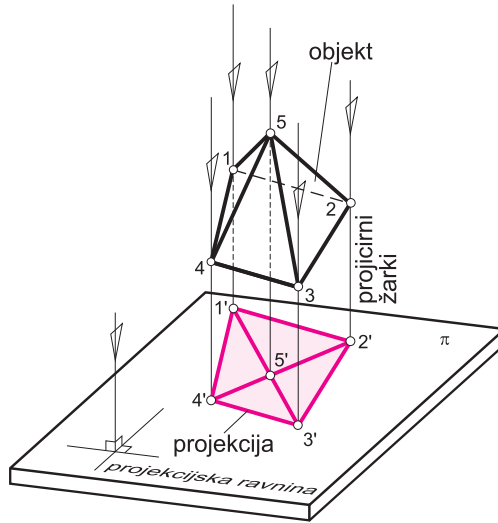


Slika 4: Prikaz projekcije objekta s poševnim vzporednim projiciranjem

2.2.2 Vzporedna pravokotna projekcija

Če tvorijo projekcni žarki s projekcijsko ravnino pravi kot v vseh smereh, govorimo o **pravokotni** oziroma **ortogonalni** vzporedni projekciji (slika 5).

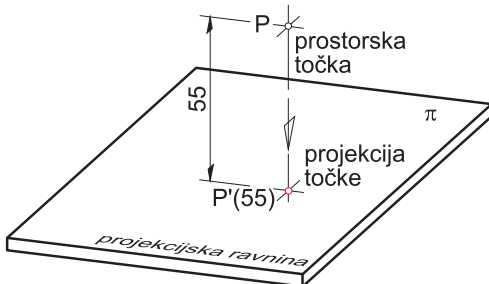
Poznamo poseben način projiciranja objektov v naravni velikosti in obliki v primeru, če najmanj dve projekcijski ravnini ležita pravokotno ena na drugo in objekt na obe projekcijski ravnini projiciramo z **vzporedno pravokotno projekcijo**. Tak način imenujemo tudi **večpogledno** oziroma **Mongeovo projiciranje** in je v tehniški praksi najpogostejše (naris, tloris, stranski ris ...).



Slika 5: Projekcija objekta z vzporednim pravokotnim projiciranjem

2.2.3 Kotirana vzporedna projekcija – navpična enoravninska projekcija

Navpično projekcijo na eno samo ravnino (projekcijsko ravnino π) imenujemo **kotirana projekcija** (slika 6, slika 7). Lega točke v prostoru je popolnoma opredeljena, če poznamo njeno projekcijo in njeno oddaljenost od projekcijske ravnine (koto točke – koordinato).



Slika 6: Prostorska predstavitev kotirane vzporedne projekcije



Slika 7: Kotirana projekcija v eni ravnini

Naslov dela
OPISNA GEOMETRIJA

Četrta izdaja

Avtor
prof. dr. Ivan Prebil
doc. dr. Robert Kunc

Naklada
2000 izvodov

Obseg
152 strani

Izdal in založil
STRI SVETOVANJE
Vegova 10, 6330 Piran

Tisk
Tiskarna Pleško
Ljubljana, Rožna dolina c. IV/32-34

Ljubljana, 2011

ISBN 978-961-93169-0-0